Year. Month. Date. (1)

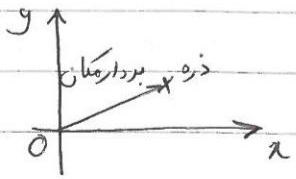
مروری بر مطالب اولیه فیزیک مکانیک

- سینماتیک: مطالعه حرکت اجسام بدون توجه به علت تولید کننده حرکت
- دینامیک

حرکت

- یک بعدی: حرکت در امتداد خط مستقیم مانند سقوط آزاد
- دو بعدی: حرکت در صفحه مانند حرکت پرتابی
- سه بعدی:

دستگاه مختصات

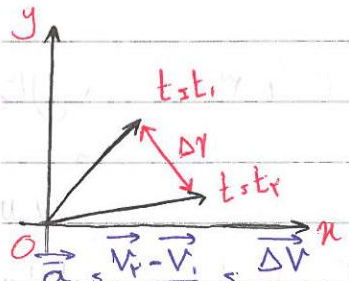


چارچوب مرجع: مجموعه‌ای از دستگاه های مختصات که نسبت به هم سکون دارند تشکیل یک چهارچوب مرجع می دهند.

چارچوب مرجع

- لخت (اینرسی) بدون شتاب
- غیرلخت (غیراینرسی) شتابدار

★ قوانین نیوتون فقط در چارچوب مرجع های لخت معتبرند



تعاریف:

بردار مکان (موضع):

سرعت متوسط: $\vec{V} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ شتاب متوسط: $\vec{a} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

سرعت لحظه‌ای: $\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ شتاب لحظه‌ای: $\vec{a} = \lim \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

حالت یک بعدی:

$$V = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

اتومبیلی ترمز کند شتاب می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

BERKEH
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

O — t_{s_0} — x

شرایط اولیه $\begin{cases} v = v_0 \\ x = x_0 \end{cases}$

$a = \frac{dv}{dt}$ ثابت $\Rightarrow v = at + C$

شرایط اولیه $v_0 = a \times 0 + C \quad C = v_0$

$$v = at + v_0 \quad (1)$$

$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0 \xrightarrow{\text{تابع اولیه}} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + C'$

شرایط اولیه $x_0 = 0 + 0 + C' \quad C' = x_0$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \quad (2)$$

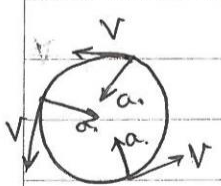
بین ① و ② t را حذف کنیم $\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \Rightarrow (3)$

" " a " " $\Rightarrow x = \frac{1}{2}(v + v_0)t + x_0 \Rightarrow (4)$

با داشتن ۴ پارامتر می توان ۶ پارامتر را به دست آورد.

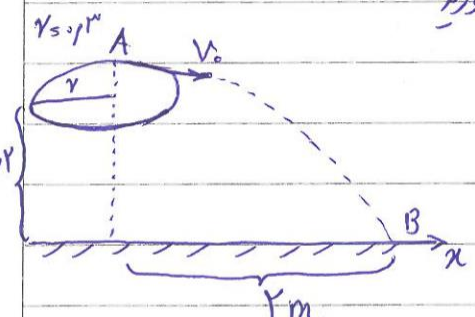
در معادلات ابعادی با استفاده از واحدها می توان تا حدودی به درستی جواب پی برد.

حرکت دایره ای یکنواخت: $a = \frac{v^2}{R}$



مثال ۴ ج - ۳۷ از کتاب هیوسون [ ]

گلوله ای به انتهای نخی متصل است و با سرعت ثابت روی یک دایره افقی به شعاع ۰/۳ متر می چرخد. سطح این دایره در ارتفاع ۱/۲ متری زمین قرار دارد. نخ پاره می شود و گلوله مطابق شکل به زمین می خورد. شتاب مرکز گرای گلوله را در حین حرکت دایره ایش به دست آورید.



$a = \frac{v_0^2}{r} = \frac{v_0^2}{0/3}$

$a_x = 0$

$a_y = -g$

از A تا B در امتداد قائم

$\begin{cases} v_{y_0} = 0 \\ y_0 = 1/2 \\ y = 0 \\ v_y = ? \\ a_y = -g = -9/8 \end{cases}$

$t = ?$

$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{y_0} t + y_0$

$0 = \frac{1}{2}(-9/8)t^2 + 0 + 1/2 \longrightarrow t \simeq 0/5\ s$

سرای دانشجو SARAYEDANESHJO.COM

مسایل فصل ۴ ۶۴ ، ۶۷ ، ۷۱ و ۸۱ و ۱۲۹

سامانه الکترونیکی دروس ← سری در دروس ← فیزیک ۱

Year. Month. Date. (۳)

از A تا B در امتداد افق $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{x_0} t + x_0$

$2 = 0 + v_0 \times 0/5 + 0$

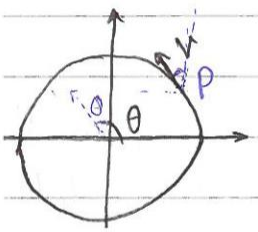
$v_0 = 4\ m/s$

$a = \frac{v_0^2}{2} = \frac{4^2}{0/3} \simeq 53/3\ m/s^2$

جلسه دوم دوشنبه ۹۲/۷/۱ آقای علامت ساز

حرکت دایره‌ای
- یکنواخت: اندازه سرعت ثابت است
- غیر یکنواخت: " " تغییر می‌کند.

* ثابت کنید در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازه شتاب برابر است با $\frac{v^2}{R}$ و جهت شتاب همواره به سمت مرکز دایره است؟



$\begin{cases} v_x = -v\sin\theta = -v\frac{y_p}{r} \\ v_y = v\cos\theta = \frac{v x_p}{r} \end{cases}$

$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = -\frac{v}{r} y_p \hat{i} + \frac{v}{r} x_p \hat{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v}{r}\hat{i}\underbrace{\frac{dy_p}{dt}}_{v_y} + \frac{v}{r}\hat{j}\underbrace{\frac{dx_p}{dt}}_{v_x} = -\frac{v}{r} v\cos\theta\,\hat{i} + \frac{v}{r} v\sin\theta\,\hat{j}$

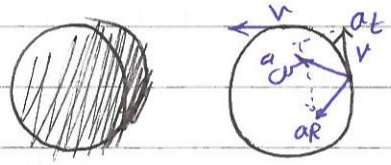
$= -\frac{v^2}{r}(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$

اندازه شتاب $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{v^2}{r}$

جهت شتاب $\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta \longrightarrow \theta = \theta$

پس شتاب به سمت مرکز است

حرکت دایره‌ای غیر یکنواخت:
- مؤلفه شتاب شعاعی (مرکزگرا)
- مؤلفه شتاب مماسی



$a_{\text{کل}} = \vec{a}_t + \vec{a}_R$

$a_{\text{کل}} = \sqrt{a_t^2 + a_R^2}$

اگر شتاب مماسی ثابت باشد می‌توان از ۴ فرمول مرجع استفاده

مسایل سر کلاس TA ۱۲-۱۳ ظهر [کلاس ۱ دانشکده فیزیک]

مسأله ۱۹ فصل ۴ هوردسون فصل ۴ هالیدی ۶۸، ۷۷، ۸۲، ۱۲۷

BERKEH
سرای دانشجو SARAYEDANESHJO.COM

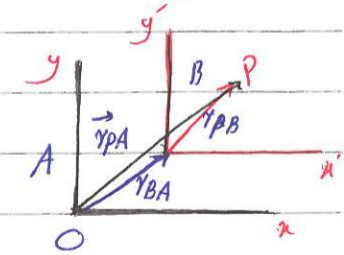
سرعت نسبی

$\vec{V}_{PA}, \vec{V}_{PB}, \vec{V}_{AB}$ رابطه بین این سرعتها؟

A چارچوب مرجع

B چارچوب مرجع

P متحرک



$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$ $\xrightarrow{\frac{d}{dt}}$ $\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}$

$$V_{PA} = V_{PB} + V_{BA}$$

سرعت جسم نسبت به ناظر اول = سرعت جسم نسبت به ناظر دوم + سرعت ناظر دوم نسبت به ناظر اول

باران عمودی می بارد، اتومبیل در حرکت است؛ باران B جسم — ناظر زمین (Z)

ناظر دیگر اتومبیل (O)

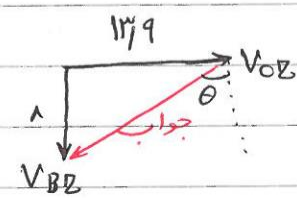
$\vec{V}_{BZ} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{OZ}$ یا $\vec{V}_{OZ} = \vec{V}_{OB} + \vec{V}_{BZ}$

مثال عددی: باران با سرعت $8\ m/s$ به طور قائم می بارد، از نظر راننده اتومبیلی با سرعت $13/9\ m/s$ در امتداد خط راست حرکت می کند، اندازه و جهت سرعت باران را حساب کنید.

$V_{OZ} \to 13/9$ $\quad \vec{V}_{BO} = ?$

$V_{BZ} \downarrow 8$

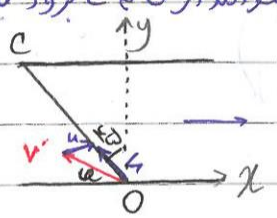
$\vec{V}_{BZ} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{OZ} \longrightarrow V_{BO} = V_{BZ} - V_{OZ}$



$V_{BO} = \sqrt{8^2 + 13/9^2} = 16\ m/s$

جهت $\cos\theta = \frac{8}{16} = 0/5$ $\quad \theta = 60°$

مثال: قایقرانی می تواند قایق را با پارو زدن در آب ساکن با سرعت $\sqrt{2}\ m/s$ به جلو براند. اگر شخص بخواهد از O به C برود باید در چه جهتی پارو بزند؟



و قایق: جسم

2 زمین: ناظر

A آب: ناظر

$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{u}$ یا $\vec{V}_{\text{قایق نسبت به زمین}} = \vec{V}_{\text{قایق نسبت به آب}} + \vec{u}_{\text{سرعت آب}}$

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

Year. Month. Date.

$$x:\ -V\sin 45 = -\frac{V'}{\sqrt{2}}\cos\alpha + 1$$

$$y:\ +V\cos 45 = \frac{V'}{\sqrt{2}}\sin\alpha + 0$$

$$-\tan 45 = \frac{-\sqrt{2}\cos\alpha + 1}{\sqrt{2}\sin\alpha} \longrightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

شتاب نسبی:

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} \Longrightarrow \frac{d}{dt}: \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA} \qquad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

فصل ۵ نیرو و حرکت [دینامیک]

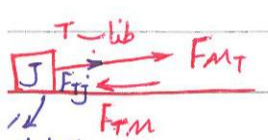
مقدمه: مکانیک کلاسیک (نیوتنی): براساس قوانین نیوتن برقرار است.

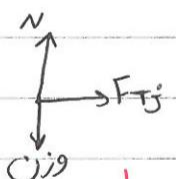
قوانین نیوتن:
- قانون اول یا قانون لختی ← چارچوب مرجع لخت را تعیین می‌کند
- قانون دوم: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ شتاب برآیند نیروها
- قانون سوم

اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد همواره می‌توان چارچوب‌های مرجعی پیدا کرد که در آن‌ها شتاب جسم صفر باشد، این چارچوب‌ها، چارچوب مرجع لخت می‌باشند.

قانون سوم و مثال:

الف) عکس العمل F_{MT} کدام است؟ $F_{MT} = -F_{TM}$



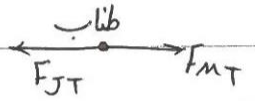


ب) نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید [نمودار جسم آزاد]

ج) آیا $\vec{F}_{MT}$ با $\vec{F}_{TJ}$ برابر است؟ بله، اگر طناب سبک باشد
بله، اگر شتاب طناب صفر باشد.

BERKEH
سرای دانشجو SARAYEDANESHJO.COM

نیروهای افقی وارد بر طناب:



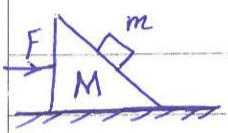
قانون دوم برای طناب $\vec{F}_{JT} + \vec{F}_{MT} = m_T \vec{a}_T$ $\qquad \vec{F}_{MT} = \vec{F}_{Tj} + \overrightarrow{m_T a_T}$

حل مسایل مکانیک با استفاده از قوانین نیوتون [روش دینامیکی]

۱ـ انتخاب جسم ۲ـ رسم نیروهای وارد بر جسم [نمودار جسم آزاد]

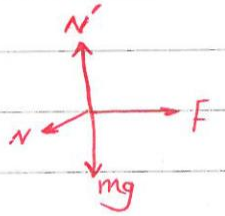
۳ـ انتخاب دستگاه مختصات مناسب

۴ـ استفاده از قانون دوم نیوتون به شکل مؤلفه‌ای در دستگاه مختصات فوق

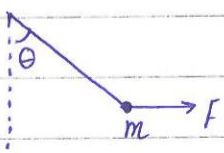


نمودار جسم آزاد m را رسم کنید.

نمودار جسم آزاد M را رسم کنید.

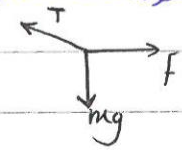


مثال: F را برحسب معلومات مسئله پیدا کنید.



۱) m

۲)



۳)

۴) $\vec{F} + \vec{T} + \vec{mg} = m\vec{a}$ ($\vec{a} = 0$)

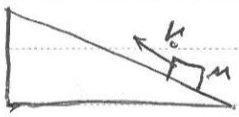
$$\begin{cases} x: +F - T\sin\theta = 0 \\ y: +T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

$F = T\sin\theta$

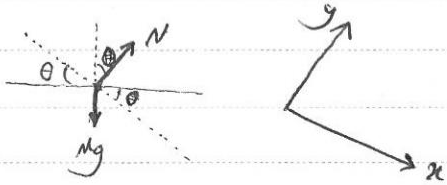
$mg = T\cos\theta \longrightarrow \dfrac{F}{mg} = \tan\theta$ $\qquad F = mg\tan\theta$

سرای دانشجو SARAYEDANESHJO.COM

یادآوری: حل مسایل مکانیک به روش دینامیکی

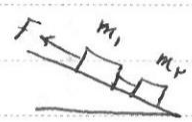


مثال: سطح بدون اصطکاک
m با سرعت اولیه v_0 مطابق شکل شروع به حرکت می‌کند شتاب m چقدر است؟



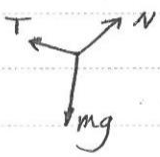
$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} mg\sin\theta = ma_x \longrightarrow a = g\sin\theta \\ +N - mg\cos\theta = m\cancel{a_y} \longrightarrow N = mg\cos\theta \end{cases}$$

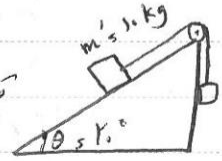


مثال:

برای m_2:



مثال: قرقره و نخ سبک - سطح بدون اصطکاک



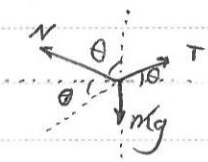
جرم m را طوری بیابید که m' با شتاب $2m/s^2$ از سطح شیب‌دار پایین رود.

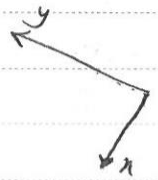
نمودار جسم آزاد m

$$\begin{cases} x: mg\sin\theta - T = ma_x \quad (2) \\ y: N - mg\cos\theta = m\cancel{a_y} \end{cases}$$

$$T - mg = ma_y \quad (1)$$

m'



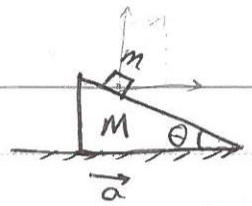


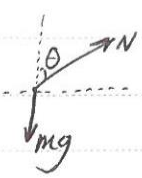
از معادله (1) T به دست می‌آید

جایگذاری در (2) $\longleftarrow$ $m = 4.7kg$

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

مثال: m با شتاب افقی a در حرکت است. مشاهده می‌شود m نسبت به M ساکن است. a را برحسب ... پیدا کنید

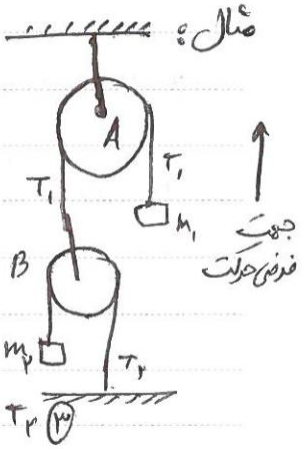




$$\begin{cases} x: N\sin\theta = ma_x \\ y: N\cos\theta - mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N\sin\theta = ma \\ N\cos\theta = mg \end{cases}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{g} \rightarrow a = g\tan\theta$$

مثال: قرقره‌ها و نخ‌ها سبک‌اند. روابط لازم برای تعیین شتاب m_1 و m_2 را بنویسید



جرم m_1: $T_1 - m_1g = m_1a_{1y} = m_1a_1$ (۱)

جرم m_2: $m_2g - T_2 = m_2a_{2y}$ (۲)

قرقره B: $2T_2 - T_1 + m_Bg = m_Ba_B$ (۰) ⟶ $T_1 = 2T_2$ (۳)

$a_2 = 2a_1$ (۴)

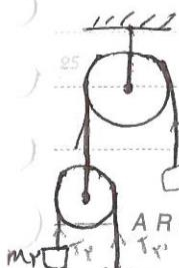
اثبات

اگر m_1 به اندازه یک واحد طول بالا رود قرقره B به اندازه ۱ واحد طول پایین می‌رود، و به دلیل باز شدن نخ از دو طرف m_2 به اندازه ۲ واحد طول جابه‌جا می‌شود.

m_2 جابه‌جایی $= 2($ m_1 جابه‌جایی $)$

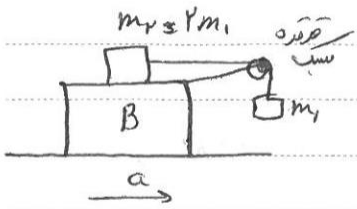
$y_2 = 2y_1$ ⟶ $\frac{dy_2}{dt} = 2\frac{dy_1}{dt}$ ⟶ $V_2 = 2V_1$ ⟶ $\frac{d}{dt}$ ⟶ $a_2 = 2a_1$ (۴)

تعیین (استخراج) و روابط لازم برای پیدا کردن شتاب m_1، m_2، m_3 را بنویسید



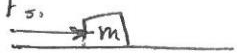
ARMAN
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

سؤال امتحانی:



وقتی B با شتاب افقی a حرکت کند مشاهده می‌شود که m_1 و m_2 نسبت به B ساکن می‌مانند. مقدار عددی شتاب a را به دست آورید.

نیروی اصطکاک { ایستایی (استاتیک) f_s ; جنبشی (لغزشی) f_k



$F_s = 1N$ $F_s = 9N$ $F_s = 12N = f_{s\max}$

$F_s = 1N$ $f_s = 9N$ جسم حرکت نمی‌کند ولی در آستانه حرکت است

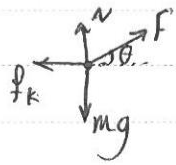
$0 \le f_s \le f_{s\max}$

$f_{s\max} \propto N$

به طور مثال $f_k = \mu_k N$ ضریب اصطکاک جنبشی

مثال: $F = 20N$, $\theta = 37°$, $m = 4kg$, $\mu_k = 0.2$

جسم m روی سطح افقی حرکت می‌کند شتاب m را به دست آورید.



$$\begin{cases} ① \; x: & F\cos\theta - f_k = ma_x \\ ② \; y: & N - mg + F\sin\theta = ma_y = 0 \end{cases}$$

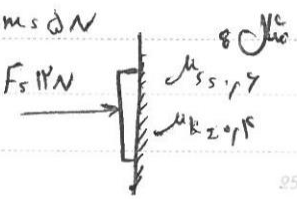
② $\Rightarrow N = mg - F\sin\theta$

① $\Rightarrow F\cos\theta - \mu_k(mg - F\sin\theta) = ma_x \longrightarrow a_x = 2/17 \; m/s^2$

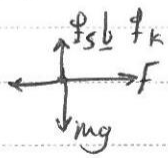
مثال: $m = 5N$, $F = 12N$, $\mu_s = 0.6$, $\mu_k = 0.4$

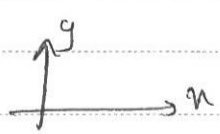
m در ابتدا ساکن است. الف) آیا حرکت خواهد کرد

ب) نیروی وارد از جانب دیوار بر جسم چقدر است.



مقدار جسک از m





سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

$f_{s\max}$ را حساب می‌کنیم

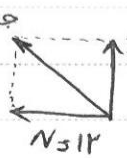
x { $F - N = ma \rightarrow N = F = 12N$

y { f_s یا $f_k - mg = ma$

$f_{s\max} = \mu_s N = 0.4 \times 12 = 4.8N$ < وزن جسم

$f_s = mg = 5N$ ←

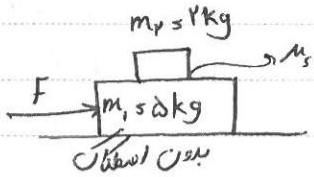
جواب



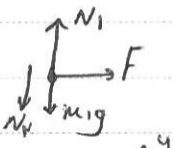
$\text{جواب} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

ب) ساکن می‌ماند

مثال: $f_{s\max} = ?$ $\mu_s = 0.4$



بیشینه نیروی افقی F چقدر می‌تواند باشد تا دو جسم با هم حرکت کنند؟

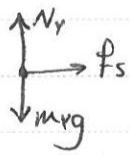


نمودار جسم آزاد m_1

$F_{\max} = f_{s\max}$

x { $F - f_s = m_1 a_x$ ①

y { $N_1 - N_2 - m_1 g = m_1 a_y$



نمودار جسم آزاد m_2

x { $f_s = m_2 a_x$

y { $N_2 - m_2 g = m_2 a_y$ ②

$a_y = 0$

$N_1 = N_2 + m_1 g = m_2 g + m_1 g$

و $N_2 = m_2 g$

$\mu_s N_2 = m_2 a \rightarrow a = \mu_s g = 0.4 \times 10 = 4N$

① $f_{\max} = \mu_s N_1 + m_1 a = 32N$

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

Year. Month. Date. ۱۱

مثال: مسأله ۵ ب - ۴۹ ا. هیبلر

جعبه در داخل کامیون قرار دارد و کامیون با سرعت ۱۵m/s در حرکت است. حداقل مسافتی را که کامیون برای توقف می تواند طی کند بدون آنکه جعبه شروع به لغزش کند چقدر است؟

$v = 15\,m/s$ ثابت

با سرعت ثابت ← نمودار جسم آزاد

ترمز بزند

$\mu_s N$

$$x\begin{cases} f_{s\,max} = ma_x \\ \mu_s Mg = ma_x \end{cases} \qquad a_x = \mu_s g = 0.4 \times 9.8 = 3.92\ m/s^2$$

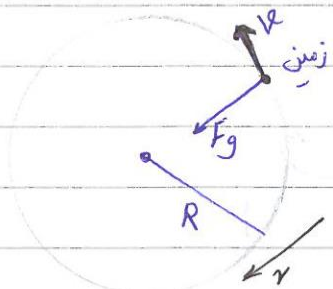
$$y\ \{ N - mg = 0 \Longrightarrow N = mg$$

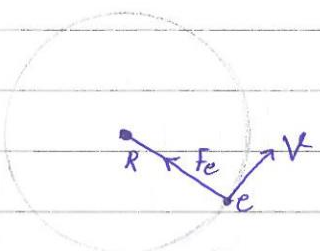
حرکت یک بعدی با شتاب ثابت $\longrightarrow x$

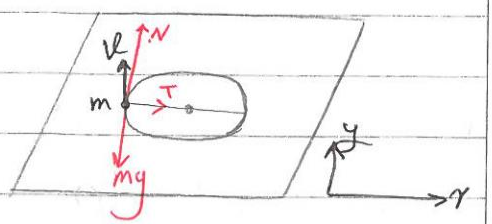
$$v^2 = v_0^2 + 2a_{x_{max}}(x - x_0)_{min} \qquad 0 = 15^2 + 2(-3.92)(x - 0)_{min}$$

$$x_{min} = 28.7\ m$$

دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت:







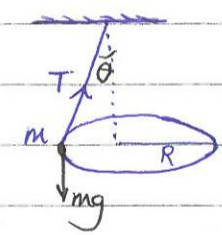
$$F_{g\,s} = ma_r = m\frac{v^2}{R} \qquad F_{e\,s} = m_e a_r = m_e \frac{v^2}{R}$$

$$x\begin{cases} T_s = ma_r = m\dfrac{v^2}{R} \\ y\ \{ N - mg = 0 \end{cases}$$

F_g، F_e، T در این مثال ها نیروی مرکز گرا (جانب به مرکز یا مرکزی) هستند

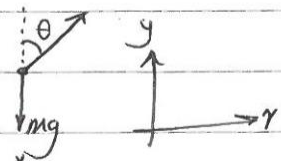
BERKEH
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

مثال: آونگ مخروطی



وزنه m با سرعت ثابت v در صفحه افقی می‌چرخد. چه رابطه‌ای بین R، θ و v برقرار است؟

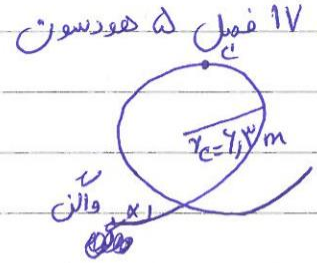
نمودار جسم آزاد



$$\begin{cases} T\sin\theta = ma_r = m\frac{v^2}{R} \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\sin\theta = m\frac{v^2}{R} \\ T\cos\theta = mg \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم}]{\text{نسبت}} \tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

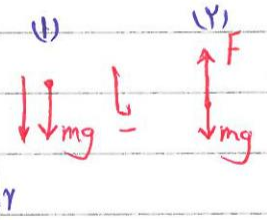
مثال: مسأله ۱۷ فصل ۵ هوردسون



برای این‌که مسافر در نقطه C سقوط نکند آیا نیاز به بستن کمربند ایمنی هست؟ (جرم مسافر 70kg)

نمودار جسم آزاد مسافر

فرض کنیم (۱) صحیح باشد

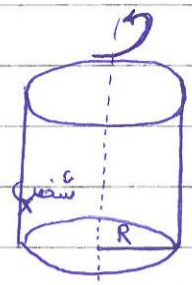


$$N + mg = ma_r = \frac{mv_c^2}{r} \rightarrow N = m\left(\frac{v_c^2}{r} - g\right) = +359.4$$

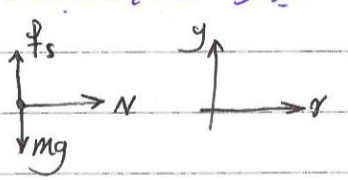
$N > 0 \rightarrow$ نیاز به بستن کمربند نیست

مثال: لوددونه

استوانه با سرعت ثابت می‌چرخد، شخصی به دیواره داخلی استوانه تکیه داده و همراه استوانه می‌چرخد. ناگهان کف استوانه پایین برده می‌شود، حداقل μ_s بین لباس شخص و دیواره استوانه چقدر باشد تا شخص سقوط نکند.



نمودار جسم آزاد شخص



$$\begin{cases} N = ma_r = m\frac{v^2}{R} \\ f_s - mg = ma_y = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow f_s = mg$$

$$f_s \le f_{s\max} = \mu_s N$$

$$mg \le \mu_s\left(m\frac{v^2}{R}\right)$$

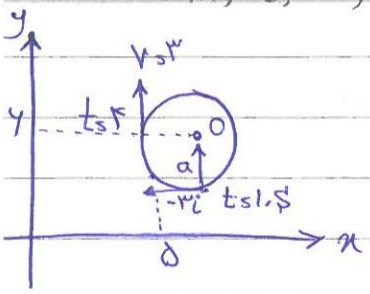
$$\mu_s \ge \frac{gR}{v^2} \qquad (\mu_s)_{min} = \frac{gR}{v^2}$$

سرای دانشجو SARAYEDANESHJO.COM

مسایل: فصل ۵: ۵۴ - ۶۰ - ۸۵ - ۹۷ - ۹۸ } هفته آینده
مسایل فصل ۶: ۳۸ - ۵۸ - ۶۵ - ۷۹ - ۹۴ - ۹۷
مسایل فصل ۷: ۳۹ - ۴۲ - ۵۷ - ۶۵ - ۷۹
فصل ۸: ۲۱، ۳۶، ۳۷، ۶۵، ۱۱۴ - ۱۳۳

Year. Month. Date. ۱۳

مسئله ۶۴ - فصل ۴ لازم است R را حساب کنیم



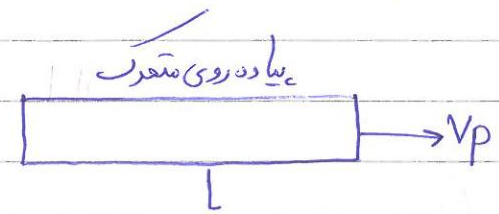
$O_0 \begin{cases} x_0 = 5+R \\ y_0 = 6 \end{cases}$

$\frac{3}{4}(2\pi R) = 7\Delta t = 3(10-4) = 18 \longrightarrow R = \frac{12}{\pi} \simeq 4m$

$x_0 = 5+4 = 9$

$y_0 = 6m$

مسأله ۷۱ - سرعت نسبی یک بعدی



$\frac{V_{sp}}{V_p} = ?$

$V_{sp} = V_{sz} + V_{pz}$

(S) شخص = جسم متحرک

Z = ناظر (زمین)

(P) پیاده رو = ناظر دیگر

یک بعدی $\longrightarrow x$

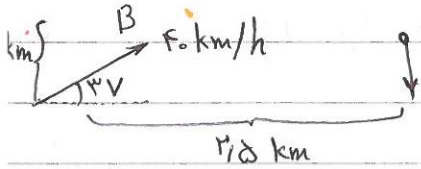
حالت رفت: $+ \quad + \quad + \quad + \frac{L}{2\Delta} = V_{sz} + V_{pz}$

حالت بازگشت: $- \quad - \quad + \quad - \frac{L}{10} = -V_{sp} + V_{pz}$

$x = Vt \longrightarrow V = \frac{x}{t}$

$\Longrightarrow 2/\Delta(V_{sp} + V_{pz}) = 10(-V_{sp} + V_{pz}) \Longrightarrow \frac{V_{sp}}{V_{pz}} = \frac{\Delta}{3} = 1/47$

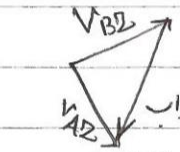
مسئله ۸۱ -



سرعت A نسبت به B برحسب $\hat{i}$ و $\hat{j}$ شرق

$\vec{V}_{AZ} = \vec{V}_{AB} + \vec{V}_{BZ} \longrightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AZ} - \vec{V}_{BZ} = -22\hat{j} - [40\cos 37\,\hat{i} + 40\sin 37\,\hat{j}] =$

$-32\hat{i} - 46\hat{j}$



ب) $\vec{r}_{BAB}$؟ $t=0 \quad \vec{r}_0 = 2/\Delta\hat{i} + 4\hat{j}$

$\vec{r}_{BA} = \vec{V}t + \vec{r}_0 = (-32t + 2/\Delta)\hat{i} + (-46t + 4)\hat{j}$

$x = V_x t + x_0$

$y = V_y t + y_0$

BERKEH
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

۲۰) ① $r^2 = (-۳۲t + ۲/۵)^2 + (-۴۶t + ۴)^2$

باید $r' = \frac{dr}{dt} = ۰$ مشتق ضمنی $۲rr' = ۲(-۳۲)(-۳۲t + ۲/۵) + ۲(-۴۶)(-۴۶t + ۴) = ۰$

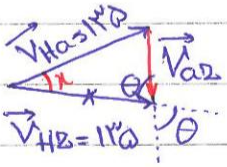
$\rightarrow t_s \frac{۴\times۴۶ + ۲/۵ \times ۳۲}{۳۲^2 + ۴۶^2} = ۰/۰۸۴$ ساعت

ب) $t_s ۰/۰۸۴$ ① جابجایی $\longrightarrow$ به دست آوریم

مسأله ۱۲۹ -

شمال ——— جنوب

متحرک	هواپیما (H)	$\vec{V}_{HZ} = \vec{V}_{Ha} + \vec{V}_{aZ}$
ناظر	زمین (Z)	$V_{Ha} = ۱۳۵$ mil/h
ناظر دیگر	هوا (air) a	



شمال شرق $\theta_s ۷۵^\circ$

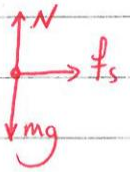
$\cos\theta = \frac{V_{aZ}/۲}{V_{HZ}} = \frac{V_۰/۲}{۱۳۵}$

ب) مطابق شکل $= ۳۰^\circ$

$۱۸۰ - ۲\times۷۵ = ۳۰^\circ$

دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت:

مثال: اتومبیلی با سرعت ثابت v پیچی به شعاع R را می‌خواهد دور بزند حداقل ضریب لاستیک اتومبیل و جاده چقدر باید باشد؟



$$\begin{cases} f_s = ma_r = m\frac{v^2}{R} \\ N - mg = ma_y = ۰ \longrightarrow N = mg \end{cases}$$

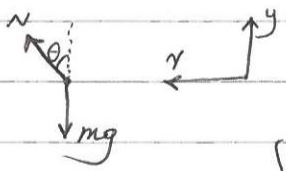
$f_s \le f_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg$

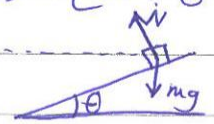
$\frac{mv^2}{R} \le \mu_s mg \longrightarrow \mu_s \ge \frac{v^2}{Rg}$

$(\mu_s)_{min} = \frac{v^2}{Rg}$

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

شیب عرضی جاده؟ فرض کنید اصطکاک ناچیز باشد. θ چقدر باشد تا اتومبیل با سرعت ثابت v مسیر افقی به شعاع R را دور بزند؟



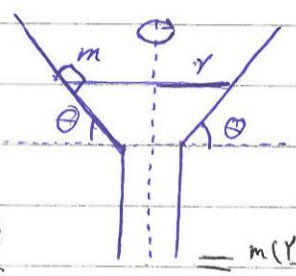


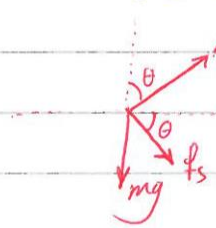
$$\begin{cases} N\sin\theta = ma_x \\ N\cos\theta - mg = ma_y = 0 \end{cases}$$

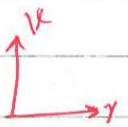
$$N\sin\theta = mv^2/R$$
$$N\cos\theta = mg \longrightarrow \tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$ سرعت بحرانی

$$0 \le f_s \le f_{max}$$

مثال: حداکثر f چقدر می‌تواند باشد تا m نسبت به تخت ساکن بماند؟ f = فرکانس ثابت







$$\begin{cases} N\sin\theta + f_{s\,max}\cos\theta = ma_r = \frac{mv^2}{r} \\ N\cos\theta - mg - f_{s\,max}\sin\theta = ma_y \end{cases}$$

$f_{s\,max} = \mu_s N$

$$= \frac{m(2\pi R f)^2 \sin\theta}{r}$$

$$N(\sin\theta + \mu_s\cos\theta) = 4\pi^2 r m f^2_{max}$$
$$N(\cos\theta - \mu_s\sin\theta) = mg \longrightarrow f_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}\frac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}}$$

نیروی پس‌کشی: وقتی که جسمی در یک سیال (شاره) حرکت کند، در جهت حرکت شاره نسبت به جسم نیروی پس‌کشی بر جسم وارد می‌شود ← نیروی پس‌کشی؟

$$D = \frac{1}{2}\rho C v^2 A$$ سطح مقطع موثر

سرعت شاره نسبت به جسم

سرعت حدی: جسمی که در هوا سقوط می‌کند با افزایش v، D افزایش می‌یابد تا لحظه‌ای که

$$\frac{1}{2}\rho C v^2 A = F_g \qquad D = F_g$$

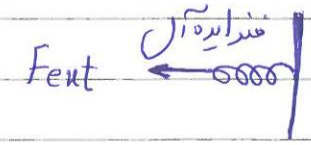
$$v = \text{سرعت حدی} = \sqrt{\frac{2F_g}{\rho CA}}$$

BERKEH
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

ادامه جلسه ۶ فصل ⑦ کار work

مقدمه: $\vec{F} = m\vec{a}$ ← متغیر / ثابت

از معادلات حرکت با شتاب ثابت نمی‌توان استفاده کرد.

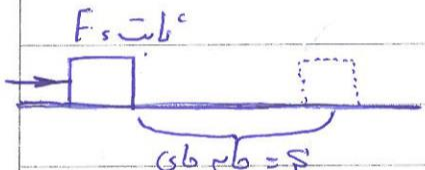


$F_{ext} \propto x$

$F_{ext} = kx$ ← ثابت فنر

$F_{فنر} = -kx$ قانون هوک

کار برای:
- نیروی ثابت
- نیروی متغیر: اندازه نیرو فقط تغییر کند [حالت یک بعدی] / اندازه و جهت نیرو هر دو تغییر کند.



$W = FS$

$W = (F\cos\theta)S = F_S \cos\theta = \vec{F}\cdot\vec{S}$ ← ثابت

ضرب داخلی یا نقطه‌ای: $\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta$ یا $(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k})$

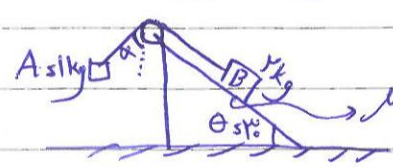
$a\cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

کار کمیتی عددی است که هر مقداری می‌تواند باشد.

$W = \vec{F}\cdot\vec{S} \gtrless 0$ ← نیروی

واحد کار $N.m = J$

نمونه سؤال امتحانی:

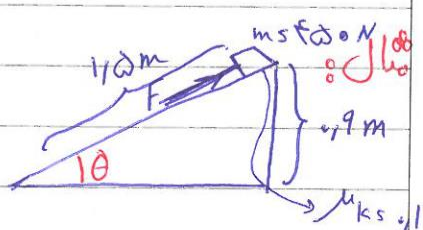


در شکل مقابل A و B نسبت به کره ساکن اند، اندازه و جهت نیروی اصطکاک وارد بر B را تعیین کنید.

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

مثال:

نیروی ثابت F مطابق شکل بر قطعه m وارد می‌شود.
جسم با سرعت ثابت به سمت پایین می‌لغزد.



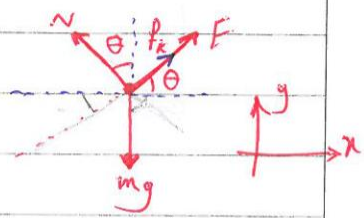
الف) مقدار عددی نیروی F

ب) از بالا تا پایین سطح شیبدار نیروی F چقدر کار انجام می‌دهد؟

ج) ؟ ... اصطکاک ... انجام

د) ؟ ... وزن ...

ه) ؟ ... عمودی سطح ...



$$\begin{cases} F\cos\theta + f_k\cos\theta - N\sin\theta = ma_x \\ F\sin\theta + f_k\sin\theta + N\cos\theta - mg = ma_y \end{cases} \quad \dots$$

معادله ۲ مجهول

$F = ۲۳۴\ N$

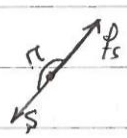
$\sin\theta = \frac{۰/۹}{۱/۵} = ۰/۶ \qquad \theta = ۳۷$

$\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = ۰/۸$

ب) $W_F = ?$

$W_F = F_s\cos\pi = ۲۳۴ \times ۱/۵(-1) = -۳۵۱\ j$

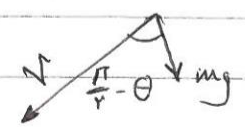
ج)



$W_{f_k} = \vec{f_k}\cdot\vec{s} = \mu_k N s\cos\pi = -۵۶\ j$

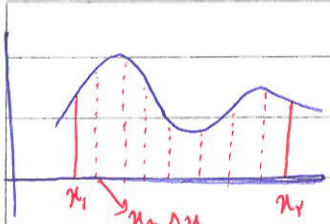
د) $W_{mg} = \vec{mg}\cdot\vec{s} = mgs\cos\left(\frac{\pi}{۲} - \theta\right) = mgs\sin\theta = \dots = +۴۰۵\ j$

ه) $W_N = \vec{N}\cdot\vec{s} = Ns\cos\frac{\pi}{۲} = ۰$



BERKEH
سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM

کار نیروی متغیر یک بعدی:



$W_F = ?$ از x_1 تا x_2

از x_1 تا x_2 را به n بازه کوچک تقسیم می‌کنیم و بعد $n \to \infty$

به طوری که F را می‌توان در این بازه با F_1 کار جزیی در بازه اول $\Delta W_1 \simeq F_1 \Delta x$

تقریب جزیی ثابت در نظر گرفت

$\Delta W_2 \simeq F_2 \Delta x$ دوم

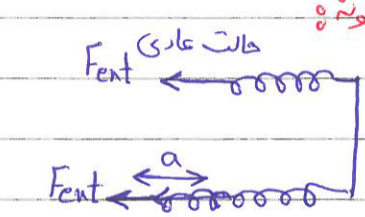
$\Delta W_3 \simeq F_3 \Delta x$ سوم

$$W_{کل} \simeq \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta x$$

$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

$W = \int F(x)\,dx$

نکته:



فنر را به اندازه عادی بکشید

الف) شما چقدر کار انجام داده‌اید؟

ب) فنر چقدر کار انجام داده است؟

الف) $W_{شما} = \int F(x)\,dx = \int_{x=0}^{x=a} kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2\Big|_0^a = \frac{1}{2}ka^2 > 0$

$W_{فنر} = \int_0^a -kx\,dx = -\frac{1}{2}ka^2 < 0$

مثال: به جسمی به جرم $3kg$ نیروی $x = 3t - 4t^2 + t^3$ (متر) (ثانیه) را وارد می‌کند مکان ذره تحت تأثیر این نیرو از رابطه

نیروی می‌کند در ۴ ثانیه اول حرکت، این نیرو چقدر کار انجام می‌دهد؟

$W = \int F(x)\,dx = \int ma\,dx = 3\int a\,dx$

$x = 3t - 4t^2 + t^3$

$v = \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^2$

$a = \frac{dv}{dt} = -8 + 6t$

$W = 3\int (-8+6t)\,dx = 3\int_{t=0}^{t=4} (-8+6t)(3-8t+3t^2)\,dt = 3\times\frac{1}{2}(3-8t+3t^2)^2$

سرای دانشجو
SARAYEDANESHJO.COM